FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, USAC
CURSO DE MATEMÁTICA II, TERCER SEMESTRE 2006

HOJA DE TRABAJO No. 5

OBJETIVO

Reforzar el tema de la línea recta impartido en las clases magistrales, analizando su representación gráfica en el plano de coordenadas, la forma de medir su "inclinación" o pendiente y la de calcular su ecuación.

Es necesario enfatizar que la ***inclinación*** de la recta está determinada por la rapidez con que la recta sube (o baja) conforme el movimiento de izquierda a derecha. Por lo tanto, se define la ***pendiente*** de una recta como la razón entre el cambio en la coordenada "y" (esto es, la distancia que sube o baja la recta) y el cambio en la coordenada "x" (esto es, la distancia recorrida hacia la derecha). El cambio en la coordenada "y" entre dos puntos se conoce como ***elevación***, y el de en la coordenada "x" como ***recorrido***. Así, para determinar la pendiente de una recta se eligen dos puntos en ella y se calcula: Pendiente = elevación / recorrido.

a) **La ecuación general de la recta** es $ax + by + c = 0$, con a, b, c constantes reales cualesquiera, siempre que a & b no sean nulas a la vez.

b) **La pendiente *m* de una recta no vertical que pasa por los puntos $P_1\,(x_1, y_1)$ y $P_2\,(x_2, y_2)$ es:**

$$m = (y_2 - y_1) \;/\; (x_2 - x_1)$$

La pendiente de una recta vertical no está definida.

c) **La ecuación de la recta de pendiente *m*** que pasa por el punto (x_1, y_1) es

$$y - y_1 = m\,(x - x_1) \qquad \textit{(Forma punto pendiente)}$$

d) **La ecuación de la recta de pendiente *m*** e intersección y con el eje y es

$$y = mx + b \qquad \textit{(Forma pendiente intersección)}$$

e) **La ecuación de la recta que pasa por los puntos** (x_1, y_1) y (x_2, y_2), siendo $x_1 \neq x_2$ es

$$y - y_1 = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}\,(x - x_1) \qquad \textit{(Forma dos puntos)}$$

f) **La ecuación de la recta con intersecciones** *x* **y** *y* **con los ejes** *x* **y** *y* **respectivamente, con a,& b** $\neq 0$, es

$$x/a + y/b = 1 \qquad \textit{(Forma por intersecciones)}$$

g) Sin necesidad de representar gráficamente la ecuación lineal en el plano, se advierte que:

- Cuando c = 0, la recta pasa por el origen.
- Si b = 0, la recta es vertical (perpendicular al eje de las abscisas). Es decir, x = a.
- Si a = 0, la recta es horizontal (perpendicular al eje de las ordenadas)
- En todo caso, la recta tiene pendiente m = -a/b y su intersección con el eje de las ordenadas es -c.
- Si dos rectas no verticales son paralelas, sus pendientes son iguales.
- Si dos rectas oblicuas son perpendiculares, la pendiente de la una es el opuesto del inverso de la pendiente de la otra. Si m_1 y m_2 son las pendientes de dos rectas perpendiculares, entonces $m_1 = -1/m_2$ o bien, $m_1 m_2 = -1$

h) **En toda intersección de dos rectas, se forma un ángulo menor y su medida puede obtenerse con la fórmula**

$$\mathbf{tg.\,(a - b)} = \frac{\mathbf{tg.\,a - tg.\,b}}{\mathbf{1 + (tg.\,a)\,(tg.\,b)}}$$

I. Ecuaciones lineales

1.1 Determine el valor de la pendiente (m) y el ángulo de inclinación de las siguientes rectas.

a) $1/4x + 2y = 3/8$ — R. $-1/8$ & $172^0 52' 29.9''$
b) $2/3\,x - 1/4\,y = -2$ — R. $8/3$ & $69^0 26' 38.24''$
c) $2x - 2y + 3 = 0$ — R. 1 & 45^0
d) $y = -2$ — R. 0 & 0^0
e) $x = 1$ — R. indefinida & 90^o

1.2 Calcule la ecuación de la recta que pasa por un punto con determinada pendiente o ángulo de inclinación.

a) P_1 $(-1, 5)$ & $60^0\ 30'\ 15''$ — R. $y_1 = 1.77x + 6.77$
b) P_2 $(4, -2)$ & $10^0\ 45'$ — R. $y_2 = 0.19x - 2.76$
c) P_3 $(2, 3)$ & $135^0\ 20'\ 10''$ — R. $y_3 = -0.99x + 4.98$
d) P_4 $(-1/2, -1/4)$ & $m = 1/8$ — R. $y_4 = 1/8x - 3/16$
e) P_5 $(1, 1)$ & $m = 4$ — R. $y_5 = 4x - 3$

II. Calcule la ecuación de la recta y su ángulo de inclinación, cuando pasa por dos puntos.

a) $P_1(2, 3)$ & $P_2(-1, -4)$ — R. $y = 7/3x - 5/3$ & $66^0\ 48'\ 5.07''$
b) $P_1(-2, -2)$ & $P_2(0, 0)$ — R. $y = x$ & 45^0
c) $P_1(-4, 3)$ & $P_2(-4, -3)$ — R. $x = -4$ & 90^0
d) $P_1(3, -1)$ & $P_2(-1, -1)$ — R. $y = -1$ & 0^0
e) $P_1(1/3, -2/5)$ & $P_2(3/2, -2)$ — R. $y = -48/35x + 2/35$ & $126^0\ 5'\ 53.82''$
f) $P_1(-3/5, 3/5)$ & $P_2(4, -4)$ — R. $y = -x$ & 135^0

III. Usando fórmula, calcule el ángulo formado por la intersección de las siguientes rectas:

a) $L_1: 3x - 5y = 0$ & $L_2: x - y = 3$ — R. $14^0\ 02'\ 10.48''$
b) $L_1: y - 3x - 2 = 0$ & $L_2: 5y + 2 = x$ — R. $60^0\ 15'\ 18.43''$
c) $L_1: -3y - 3x = 1/2$ & $L_2: -5y - 4x = 2$ — R. $6^0\ 20'\ 24.69''$
d) $L_1: -1/5\,y + 2/3x = 1/2$ & $L_2: 2y + 4x = 1$ — R. $43^0\ 15'\ 51.46''$
e) $L_1: 4 - x = 0$ & $L_2: y - 4 = 0$ — R. 90^0

IV. *Se le plantean dos casos de importancia económica: uno de naturaleza ambiental y otro de equilibrio de mercado. Resuélvalos, aplicando el instrumental matemático de esta hoja.*

1) ***(Daño ambiental por tala de bosque).*** En inspección realizada a un área boscosa de El Petén, se determinó que ilegalmente se taló una parte de terreno que es reserva de manantiales que tiene forma triangular, delimitada por los ejes coordenados y la recta $2y + 3x - 6 = 0$. Calcule el área dañada por la tala, si su medida está dada en caballerías. *(una caballería equivale a 451,256.54 metros cuadrados).* R. 3 caballerías

2) ***(Oferta y demanda para el trigo).*** Un economista modela el mercado del trigo mediante las ecuaciones de Oferta: $y = 8.33p - 14.58$; Demanda: $y = -1.39\,p + 23.35$, donde p es el precio por quintal (en dólares) y "y" la cantidad en quintales producidos y vendidos (en millones).

a) ¿En qué punto el precio es tan bajo que no se produce trigo? R. p = \$ 1.75
b) ¿En qué punto el precio es tan elevado que no se vende trigo? R. p = \$ 16.80
c) ¿ Cuál es el punto de equilibrio del mercado? p = \$ 3.90 y = 17.93 millones qq.